

Rimbalzi di una palla

Gruppo di lavoro A-1-3-2

Marco RICCI (m. 641084) m.ricci66@studenti.unipi.it
Martino BARBIERI (m. 640522) m.barbieri20@studenti.unipi.it

UniPi - Laboratorio di Fisica 1 - a.a. 2021-2022

Docente: Prof. Luca Baldini

1 Introduzione

Consideriamo due corpi che urtano l'uno con l'altro. L'energia totale del sistema prima e dopo l'urto si conserva. D'altra parte non è detto che si conservi esclusivamente sotto forma di energia cinetica. Infatti una certa porzione dell'energia si trasforma in energia vibrazionale degli atomi e quindi calore oppure energia sonora. Dunque se lasciamo cadere una pallina da un'altezza nota h_0 , con velocità iniziale nulla, sotto l'azione della sola forza di gravità, l'energia della pallina tra n -esimo rimbalzo ed il successivo sarà:

$$En = mgh_0\gamma^n \quad (1)$$

e quindi sapendo che nel momento di massima risalita dopo un urto l'unica energia posseduta dalla pallina è energia potenziale gravitazionale.

$$hn = h_0\gamma^n \quad (2)$$

Un modo per stimare la massima altezza raggiunta dalla pallina tra un urto e l'altro (trascurando gli effetti dell'attrito dell'aria) è utilizzare l'intervallo di tempo tra i due eventi, in quanto noi conosciamo la legge del moto di un corpo dotato di una certa velocità v_0 sotto effetto di una forza costante (come la forza peso in questo caso).

$$v_n = g \left(\frac{t_n - t_{n-1}}{2} \right) \quad (3)$$

$$h_n = \frac{1}{8}g(t_n - t_{n-1})^2 \quad (4)$$

1.1 Obiettivo

Il fine di questa esperienza è di analizzare sperimentalmente la dinamica di una palla elastica, la quale rimbalza su di una superficie rigida. Quindi vogliamo comprendere in quali condizioni e con palline di quale materiale la coincidenza tra il modello sopra descritto e la realtà è maggiore ed infine ipotizzare le ragioni per cui vi sono delle discrepanze.

1.2 Materiale utilizzato

1. palline di materiali diversi;
2. microfono telefono;

2 Raccolta dati

In questa sezione descriveremo brevemente gli accorgimenti che abbiamo utilizzato per ridurre potenziali errori sistematici e raccogliere misure in una situazione il più possibile prossima a quella ideale.

Sul sito <https://unilab.mbarbieri.it> rendiamo disponibile tutto il materiale raccolto ed elaborato. Lasciamo nell'Appendice B il codice Python utilizzato per l'analisi delle immagini e per l'estrapolazione dei dati.

Tentiamo di capire l'istante dell'urto tra i corpi con il suolo tramite un programma di editing video (come *Shotcut*) il quale evidenzia i picchi sonori. Come incertezza su questi tempi prendiamo la durata indicativa dell'urto diviso due. Tale periodo lo approssimiamo studiando i picchi sonori dei vari urti. Nello specifico misurando il tempo che impiega il suono dell'urto a raggiungere il massimo di intensità e questo intervallo lo consideriamo corrispondente alla fase di compressione del corpo, quindi in prima approssimazione lo valutiamo uguale a quello della fase di decompressione.

| n. urto | tempi $\pm 0.005s$ | | |
|---------|--------------------|-------------------|----------------|
| | sfera met. piccola | sfera met. grande | palla biliardo |
| 1 | 0.623 | 0.590 | 0.729 |
| 2 | 1.252 | 1.286 | 1.114 |
| 3 | 1.805 | 1.929 | 1.466 |
| 4 | 2.319 | 2.519 | 1.795 |
| 5 | 2.805 | 3.048 | 2.095 |
| 6 | 3.262 | 3.538 | 2.371 |
| 7 | 3.695 | 3.948 | 2.629 |
| 8 | 4.105 | 4.300 | 2.862 |
| 9 | 4.495 | 4.633 | 3.081 |
| 10 | 4.857 | 4.933 | 3.281 |

Qui l'incertezza è differente rispetto ai casi precedenti. Questo presumibilmente riconducibile al diverso materiale di cui sono composti i corpi. Nel caso della palla di gomma il numero di urti presi in considerazione è inferiore rispetto ai casi precedenti, questo perché l'andamento dell'intensità del suono -dopo il numero di urti preso in considerazione- diventa estremamente complessa da analizzare; infatti non sono più presenti i caratteristici picchi nitidi (come è evidente dal grafico Fig.6).

| n. urto | tempi (s) | | |
|---------|-----------------|------------------|----------------|
| | 0.005 | 0.01 | 0.02 |
| incert. | pall. ping pong | pall. biliardino | pall. di gomma |
| 1 | 0.529 | 0.79 | 0.94 |
| 2 | 1.233 | 1.37 | 1.63 |
| 3 | 1.862 | 1.80 | 2.26 |
| 4 | 2.424 | 2.14 | 2.82 |
| 5 | 2.924 | 2.40 | 3.34 |
| 6 | 3.390 | 2.60 | 3.71 |
| 7 | 3.819 | 2.76 | |
| 8 | 4.219 | 2.89 | |
| 9 | 4.590 | 2.98 | |
| 10 | 4.943 | 3.06 | |

Le palline le lasciamo tutte cadere dalla stessa altezza di 80cm, ad eccezion fatta per la palla da biliardo che viene lasciata cadere da 22cm e la piccola palla di metallo da 45cm per la sua tendenza ad allontanarsi dal punto di caduta. Chiaramente abbiamo ridotto l'altezza di caduta per la palla da biliardo al fine di evitare conseguenze irreparabili per il pavimento. Qui riportiamo i grafici ottenuti dall'analisi audio dei rimbalzi delle diverse palline

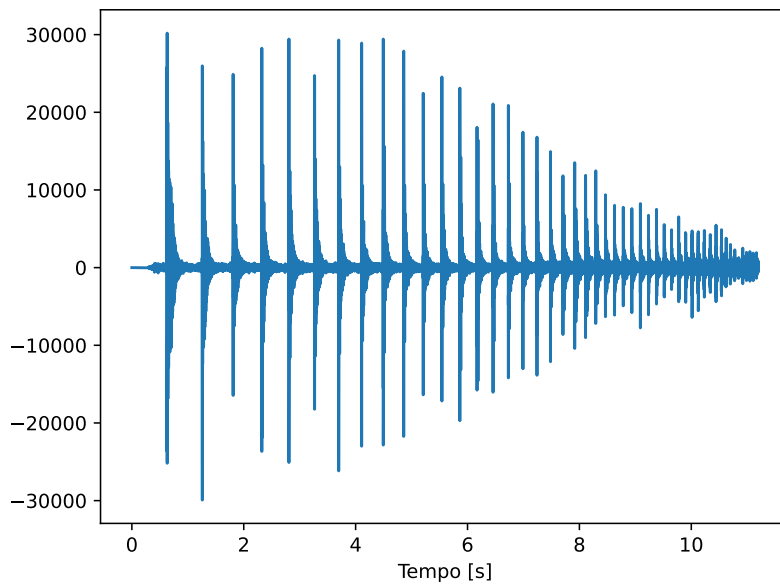


Figura 1: grafico sfera met. piccola

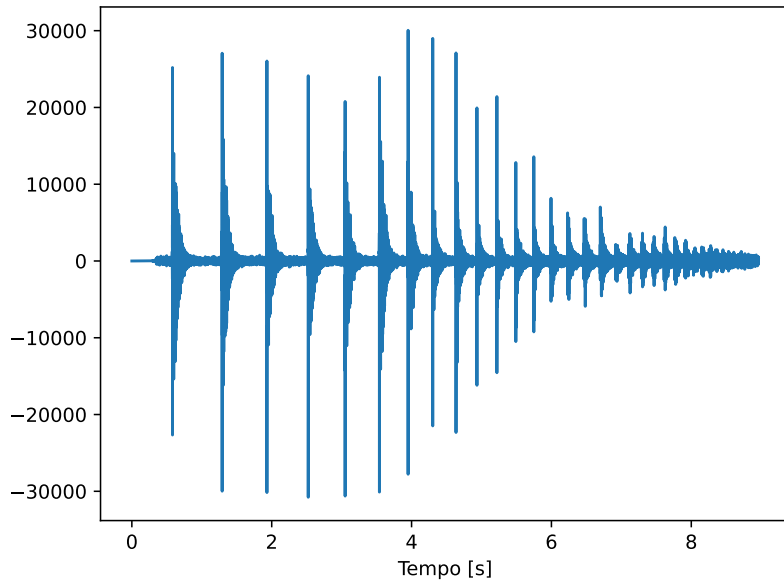


Figura 2: grafico sfera met. grande

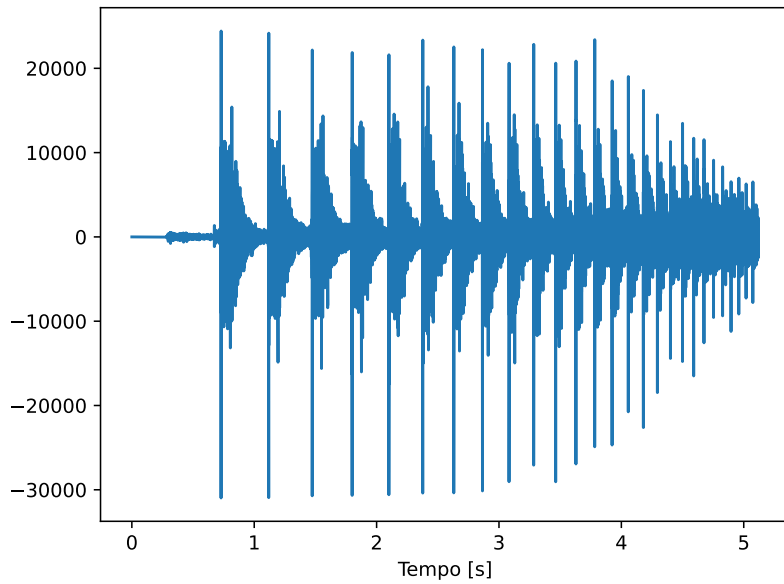


Figura 3: grafico palla del biliardo

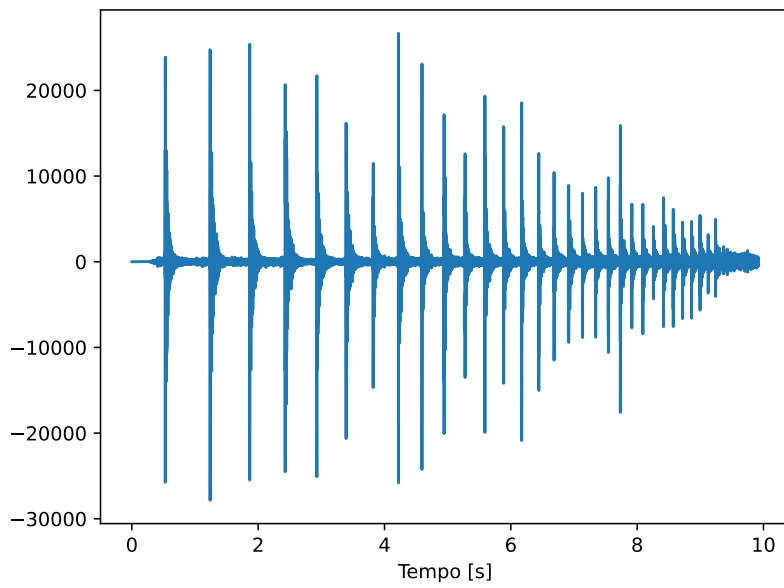


Figura 4: grafico palla da ping pong

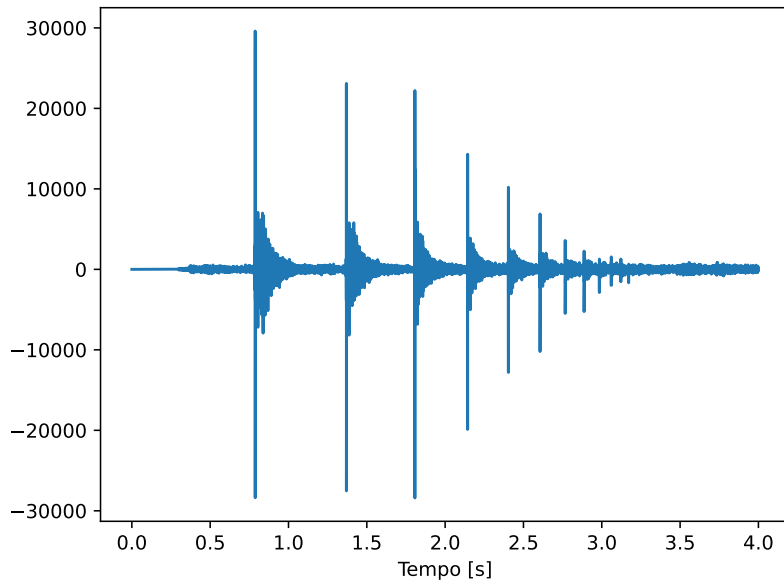


Figura 5: grafico palla da biliardino

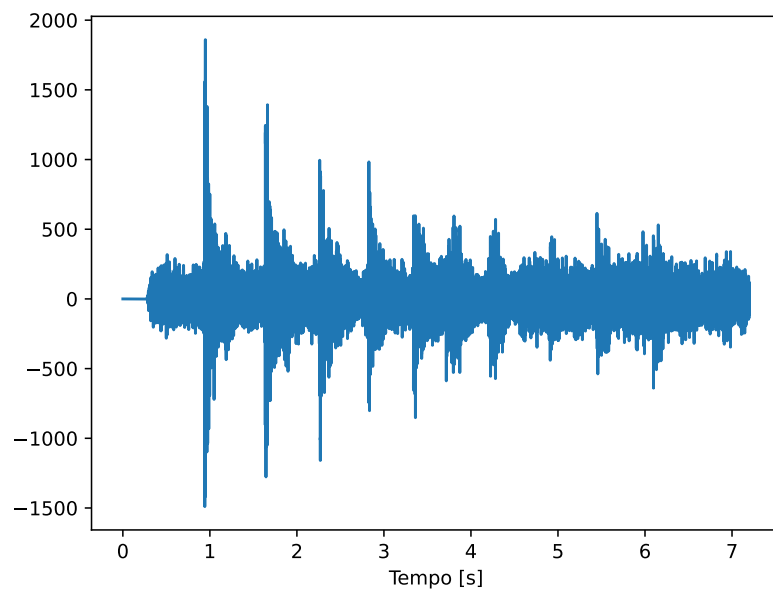


Figura 6: grafico palla di gomma

3 Analisi dati

Disegniamo un grafico che ha sulle ascisse il numero dei rimbalzi e sulle ordinate l'altezza massima raggiunta tra un urto e l'altro dalle palline. La quale viene ottenuta con la formula presentata nell'introduzione. La dipendenza tra le due grandezze dovrebbe essere esponenziale e quindi disporsi come una retta in scala semilogaritmica.

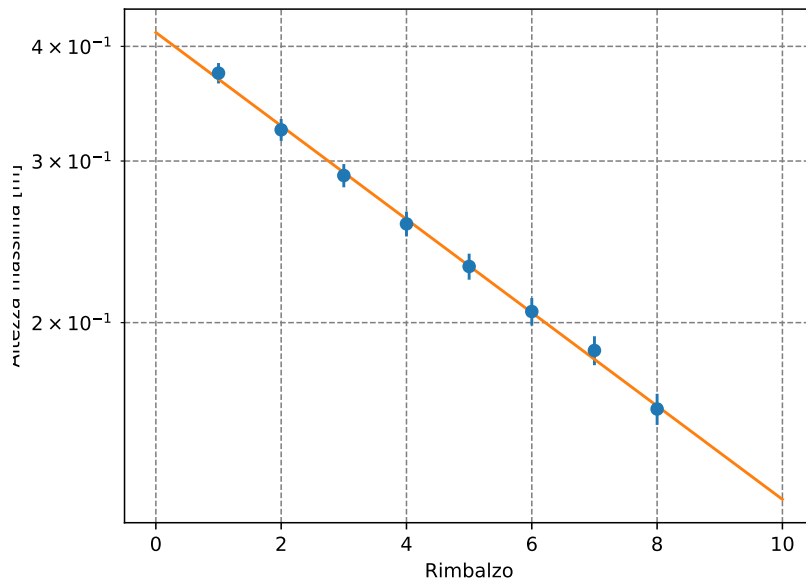


Figura 7: grafico sfera met. piccola

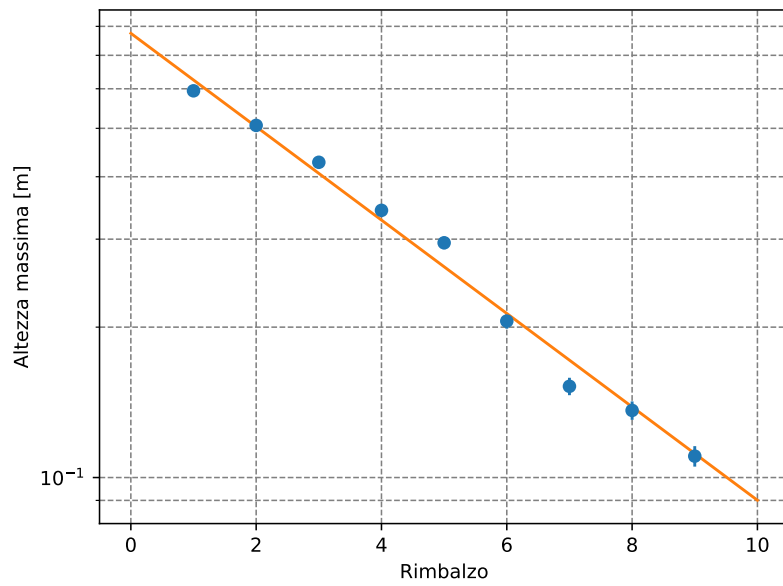


Figura 8: grafico sfera met. grande

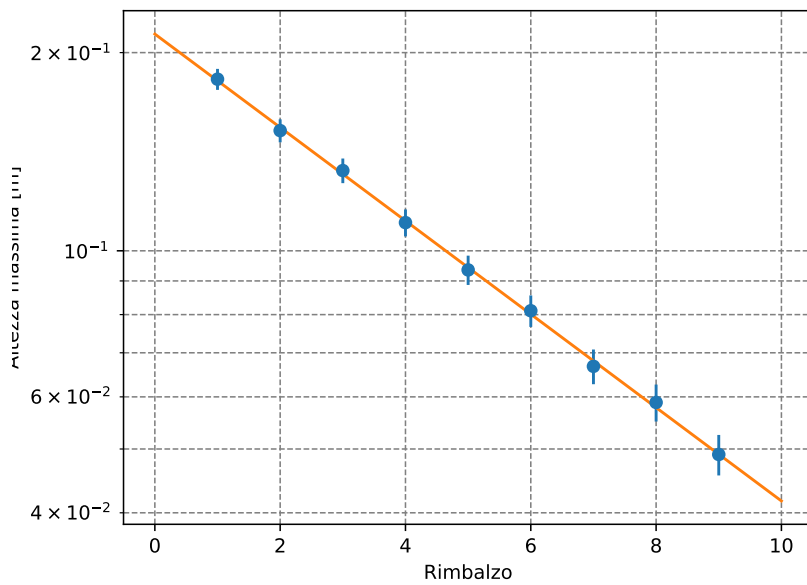


Figura 9: grafico palla da biliardo

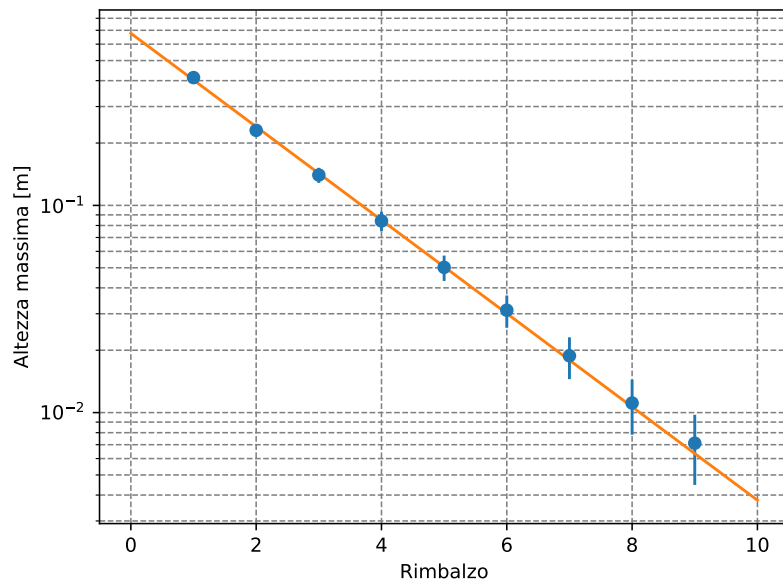


Figura 10: grafico palla biliardino

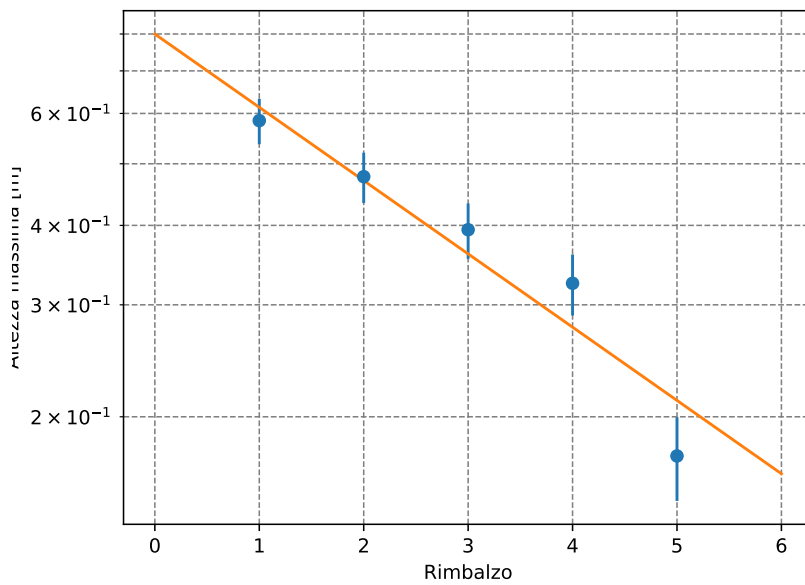


Figura 11: grafico palla di gomma

Qui riportiamo i valori di best-fit ottenuti dall'elaborazione dei dati sperimentali (tramite i programmi in python lasciati in appendice), quindi le altezze originali di caduta e il coefficiente di restituzione, con le relative incertezze:

| risultati | | | | |
|---------------|-------|----------------|----------|-----------------|
| oggetto | h_0 | σ_{h_0} | γ | σ_γ |
| s. piccola | 0.414 | 0.004 | 0.889 | 0.002 |
| s. grande | 0.775 | 0.031 | 0.806 | 0.007 |
| p. biliardo | 0.213 | 0.002 | 0.849 | 0.001 |
| p. ping pong | 0.690 | 0.026 | 0.834 | 0.007 |
| p. biliardino | 0.677 | 0.014 | 0.595 | 0.004 |
| p. gomma | 0.800 | 0.095 | 0.767 | 0.032 |

Potremmo fare valutazioni del confidence level, ma probabilmente sarebbero di poco significato considerato il numero ridotto di rimbalzi compiuti e quindi di campionamenti.

4 Conclusioni

Notiamo una grande differenza tra le altezze teoriche iniziali e le effettive questo è riconducibile ad innumerevoli cause, alcune più impattanti di altre. La problematica principale è riconducibile alla presenza di fughe sul pavimento di piastrelle le quali determinano una perdita energetica della pallina e quindi una teorica tendenza alla riduzione dell'altezza iniziale ottenuta dal grafico di best-fit. Inoltre osserviamo una difficoltà nel mantenere la posizione della pallina costante dal microfono, dovuta alla non omogeneità del pavimento. Dall'altra parte questo effetto è assolutamente trascurabile; infatti supponendo che lo spostamento sia anche dell'ordine di 20cm e prendendo come 340m/s la velocità del suono, la variazione di intervallo temporale misurato sarebbe dell'ordine di 0.6ms contro l'incertezza di 5ms della misura dei picchi. Inoltre altro problema consiste nel posizionamento iniziale della pallina e il rilascio di quest'ultima. Infatti l'altezza iniziale di rilascio è soggetta ad una incertezza non indifferente sull'altezza di rilascio. In aggiunta potremmo valutare anche gli effetti riconducibili all'attrito dell'aria, ma -come abbiamo osservato nell'esperienza della caduta dei gravi- il loro effetto è trascurabile.

Tralasciando la natura specifica di questi fattori notiamo che l'altezza risultante come iniziale secondo i grafici di best-fit è sempre inferiore rispetto alla altezza effettiva da cui sono state lasciate cadere. Questo è assolutamente sensato considerata la natura dissipativa (dal punto di vista energetico) dei fattori esterni trascurati (fughe, attrito).

A Appendice: Codici Python utilizzati

```

1 import wave
2 import numpy as np
3 from matplotlib import pyplot as plt
4 from scipy.optimize import curve_fit
5
6 #NOME DEL FILE AUDIO CHE STIAMO ANALIZZANDO
7 file_path = 'ping pong.wav'
8
9
10 stream = wave.open(file_path)
11 signal = np.frombuffer(stream.readframes(stream.getnframes()), dtype=np.int16)
12
13
14 if stream.getnchannels() == 2:
15     signal = signal[:,2]
16
17 #L'UNICA COSA CHE SCI MANCA E' L'ARRAY DEI TEMPI CORRISPONDENTI AI SINGOLI
18     CAMPIONI
19
20 t = np.arange(len(signal)) / stream.getframerate()
21
22 #CREAIO IL GRAFICO INDICATIVO DELL'ANDAMENTO DEI RIMBALZI
23 plt.figure('Rimbalzi pallina')
24 plt.plot(t, signal)
25 plt.xlabel('Tempo [s]')
26 plt.savefig('audio_rimbalzi_ping.pdf')
27
28 #DATI OTTENUTI MANUALMENTE; ANALIZZANDO IL FILE AUDIO
29
30 #pallina piccola
31 tpp=[0.62857, 1.25238, 1.80467, 2.31905, 2.80476, 3.26190, 3.69524, 4.10476,
32     4.49476, 4.85714]
33
34 inc_pp=0.005 #INCERTEZZA SULLA MISURA
35
36
37 #pallina grande
38 tpg=[0.58952, 1.28571, 1.92857, 2.51905, 3.04762, 3.53810, 3.94762, 4.30000,
39     4.63333, 4.93333]
40
41 inc_pg=0.005
42
43
44 #biliardo 2
45 tb2= [0.72877, 1.11429, 1.46666, 1.79524, 2.09524, 2.37142, 2.62857, 2.86190,
46     3.08095, 3.28095]
47
48 inc_b2 =0.005
49
50 #gomma
51 tg= [0.94286, 1.63333, 2.25714, 2.82381, 3.33810, 3.71429]
52
53 inc_g = 0.02
54
55

```

```

56 #biliardino
57 tb= [0.78571, 1.36666, 1.8, 2.13810, 2.4, 2.60238, 2.76190, 2.88571, 2.98095,
      3.05714]
58
59 inc_b= 0.01
60
61
62 #ping pong
63 tping= [0.52857, 1.23333, 1.86190, 2.42381, 2.92381, 3.39048, 3.81905, 4.21905,
        4.59048, 4.94286]
64
65 inc_ping= 0.005
66
67
68
69 t= tping # VARIABILE DA CAMBIARE IN FUNZIONE DI QUALE PALLINA SIA SOTTO ANALISI
70 sigma_t = inc_ping #INCERTEZZA DA VARIARE IN FUNZIONE DI QUALE PALLINA SIA SOTTO
      ANALISI
71
72
73
74 # Calcolo delle differenze di tempo.
75 dt = np.diff(t)
76
77 #CREAZIONE IN UN ARRAY CON GLI INDICI DEI RIMBALZI
78
79 n = np.arange(len(dt)) + 1.
80
81
82 #CALCOLO DELL'ALTEZZA MASSIMA E PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI
83 h = 9.81 * (dt**2.) / 8.0
84 dh = 2.0 * np.sqrt(2.0) * h * sigma_t / dt
85
86 def expo(n, h0, gamma):
87     """Modello di fit.
88     """
89     return h0 * gamma**n
90
91
92 #GRAFICO NUMERO RIMBALZO - ALTEZZA RIMBALZO
93 plt.figure('Altezza dei rimbalzi')
94 plt.errorbar(n, h, dh, fmt='o')
95 popt, pcov = curve_fit(expo, n, h, sigma=dh)
96 h0_hat, gamma_hat = popt
97 sigma_h0, sigma_gamma = np.sqrt(pcov.diagonal())
98 print(h0_hat, sigma_h0, gamma_hat, sigma_gamma)
99 x = np.linspace(0.0, 10, 100)
100 plt.plot(x, expo(x, h0_hat, gamma_hat))
101 plt.yscale('log')
102 plt.grid(which='both', ls='dashed', color='gray')
103 plt.xlabel('Rimbalzo')
104 plt.ylabel('Altezza massima [m]')
105 plt.savefig('altezza_rimbalzi_ping.pdf')
106
107 #FINE
108
109 #plt.show()

```

Codice 1: analisi del file audio