

Misure di Densità

Martino BARBIERI (m. 640522) m.barbieri20@studenti.unipi.it

UniPi - Esame di Laboratorio di Fisica 1 - 2 maggio 2022
Docente: Prof. Luca Baldini

1 Introduzione

La luce è un'onda che si propaga nel campo elettromagnetico. La presenza di alcuni materiali influenza il comportamento di tali campi. Se, salvo considerare il caso dei materiali ferromagnetici, il campo magnetico rimane pressoché invariato, il campo elettrico risente molto del materiale nel quale è "immerso". Si dimostra che la velocità di propagazione della radiazione elettromagnetica è pari, in unità del Sistema Internazionale, a

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_n \mu_n}}$$

dove ε_n, μ_n sono rispettivamente la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del mezzo. Ne consegue che quando un "raggio" di luce attraversa un'interfaccia che separa due materiali, il suo comportamento cambia repentinamente. A livello macroscopico¹ si può dimostrare in vari modi² il raggio luminoso prima e dopo l'interfaccia è rettilineo, mentre gli angoli di incidenza e rifrazione sono legati dalla legge di Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

dove $n_i < 0$ è detto indice di rifrazione ed è il rapporto tra la velocità della luce nel mezzo e quella nel vuoto. Dunque, supponendo μ_i pari a quello del vuoto μ_0 , si può stimare la costante dielettrica del mezzo noto l'indice di rifrazione:

$$\varepsilon_i = n_i^2 \varepsilon_0$$

1.1 Obiettivo

Il fine di questa esperienza è, nota la legge di Snell, misurare l'indice di rifrazione del plexiglass.

1.2 Materiale utilizzato

1. Banco ottico con sorgente luminosa
2. Semicilindro di plexiglass
3. Lente convergente
4. Foglio di carta millimetrata
5. Metro a nastro (sensibilità 1 mm)

¹Se le lunghezze d'onda della luce sono trascurabili rispetto alle lunghezze in gioco durante il fenomeno; altrimenti è necessario un approccio differente.

²Per esempio tramite il principio di Fermat (che si scoprì molto più tardi della sua formulazione essere fondato sul principio di azione stazionaria) oppure tramite le equazioni di Fresnel.

2 Raccolta dati

Per effettuare le misure, traccio a biro un segno sul foglio di carta millimetrata e leggo le misure dalla quadrettatura. Rendo disponibile su <https://unilab.mbarbieri.it> le foto del materiale raccolto durante la prova. Provo a misurare l'indice di rifrazione in tre modi. In ogni caso assumerò pari a 1 l'indice di rifrazione dell'aria.

1. Faccio incidere il raggio luminoso sulla parte piana del semicilindro, facendo in modo che raggiunga l'interfaccia esattamente nel centro della parte piana. Il raggio viene deviato e raggiunge l'interfaccia sulla faccia circolare, dove per proprietà geometriche della circonferenza arriva localmente normale all'interfaccia e dunque non viene deviato. Misuro la relazione tra angolo di ingresso (angolo incidente) e di uscita (angolo rifratto) del plexiglass.
2. Faccio incidere il raggio luminoso sulla parte circolare in modo che sia localmente normale ad essa; dunque non viene deviato. Mi assicuro che raggiunga il centro della faccia piana, subisce la rifrazione. In tal modo posso misurare l'angolo limite per cui avviene la riflessione totale.
3. Ruoto il blocchetto di plexiglass appoggiandolo sulla faccia piana. In tal modo posso utilizzarlo come parallelepipedo. Faccio incidere il raggio luminoso su una sua faccia, ruotata di un angolo noto; il raggio viene rifratto e raggiunge la faccia parallela del blocchetto, dove viene rifratto di nuovo e torna parallelo al raggio originale, ma traslato. Dalla traslazione si può calcolare l'indice di rifrazione.

2.1 Accorgimenti

- Dispongo di una lente convergente. Tramite un foglio di carta usato come schermo disposto molto lontano dalla sorgente luminosa e dalla lente, trovo che i raggi uscenti dalla sorgente sono paralleli quando la lente dista dalla sorgente (9 ± 1) cm. La distanza focale della lente è dunque (11 ± 1) m⁻¹. Dispongo la lente a una distanza di poco maggiore della sua lunghezza focale, in modo che i raggi siano di poco convergenti³.
- In tutte le misure, il raggio luminoso ha ampiezza compresa tra 1 e 2 mm. Segno sul foglio un punto il più possibile centrale nel fascio luminoso. In caso la rifrazione avvenga in maniera diversa per colori diversi, utilizzo come riferimento il colore giallo.
- Seguendo la prima modalità, noto che parte del raggio incidente viene riflesso. Mi accerto che il blocchetto sia posizionato sul foglio correttamente assicurandomi che il raggio riflesso sia simmetrico al raggio incidente rispetto all'asse di simmetria del sistema, passante per il centro del blocchetto di plexiglass.
- Seguendo la seconda modalità, annoto sia l'angolo limite per il rosso che quello per il blu.
- Seguendo la terza modalità, utilizzo la quadrettatura e la trigonometria per determinare l'angolo di cui ruoto il blocchetto.

2.2 Misure

2.2.1 Prima modalità: angolo di rifrazione

Ho segnato tutte le misure su una circonferenza di raggio $R = (82.0 \pm 1.0)$ mm; riporto le ordinate delle intersezioni coi raggi incidenti e rifratti con la circonferenza.

³Formalmente, in modo che l'immagine sia messa a fuoco oltre la lunghezza del banco ottico, in modo che la larghezza del fascio non si allarghi durante la prova e che possano essere considerati praticamente paralleli.

y_{in} [mm \pm 1.0 mm]	y_{out} [mm \pm 1.0 mm]	$\sin \theta_{in} / \sin \theta_{out} = y_{in} / y_{out}$
-80.0	-53.0	1.51
-70.0	-45.5	1.54
-60.0	-39.0	1.54
-50.0	-32.0	1.56
-40.0	-25.5	1.57
-30.0	-19.5	1.54
-20.0	-12.5	1.60
-10.0	-6.0	1.67
0.0	0.0	#
+10.0	+6.5	1.54
+20.0	+13.0	1.54
+30.0	+20.0	1.50
+40.0	+26.0	1.54
+50.0	+33.0	1.52
+60.0	+39.5	1.52
+70.0	+46.0	1.52
+80.0	+52.0	1.54

2.2.2 Seconda modalità: riflessione totale

Riporto le misure dei due angoli limite misurati:

$$Y_{\text{blu}} = (55 \pm 2) \text{ mm}$$

$$Y_{\text{red}} = (56 \pm 2) \text{ mm}$$

Uso un'incertezza maggiore perché è difficile trovare un confine netto oltre il quale non è rifratta più luce.

2.2.3 Terza modalità: spostamento del raggio luminoso

La larghezza del blocchetto di plexiglass è $L = (34.0 \pm 1.0) \text{ mm}$.

Riporto la tangente dell'angolo di cui è inclinato il blocchetto come rapporto tra misure in millimetri con incertezza di 1.0 mm.

$\tan \theta_1$	Δ [mm \pm 1.0 mm]
4.0/16.0	3.0
8.0/16.0	6.0
12.0/16.0	8.7
16.0/16.0	11.8
20.0/16.0	14.0

3 Analisi dati

Su tutte le misurazioni effettuate, siccome le incertezze su ascisse e ordinate sono confrontabili (in particolare nessuna delle due è trascurabile rispetto all'altra), non posso utilizzare il metodo del minimo χ^2 per determinare i parametri ottimali. Tuttavia posso calcolare per ogni misura effettuata un indice di rifrazione con relativa incertezza e utilizzare una media pesata con il reciproco del quadrato dell'incertezza associata a ciascuna misura⁴. Per il primo metodo utilizzo questa modalità. Per la terza modalità eseguo una regressione ODR.

Rendo disponibile su GitLab il codice Python utilizzato.

⁴Formalmente questo metodo può essere ricavato dal metodo del minimo χ^2 , in cui però ora abbiamo un modello con un solo parametro e non abbiamo più una variabile indipendente con incertezze non trascurabili.

3.1 Primo metodo

Sappiamo che, siccome le incertezze delle ascisse sono fissate, le loro incertezze relative sono proporzionali ai loro reciproci. Si ottiene

$$n = 1.530 \pm 0.014$$

Ben 10 misure su 16 (per un totale del 63%) ricadono in questo range.

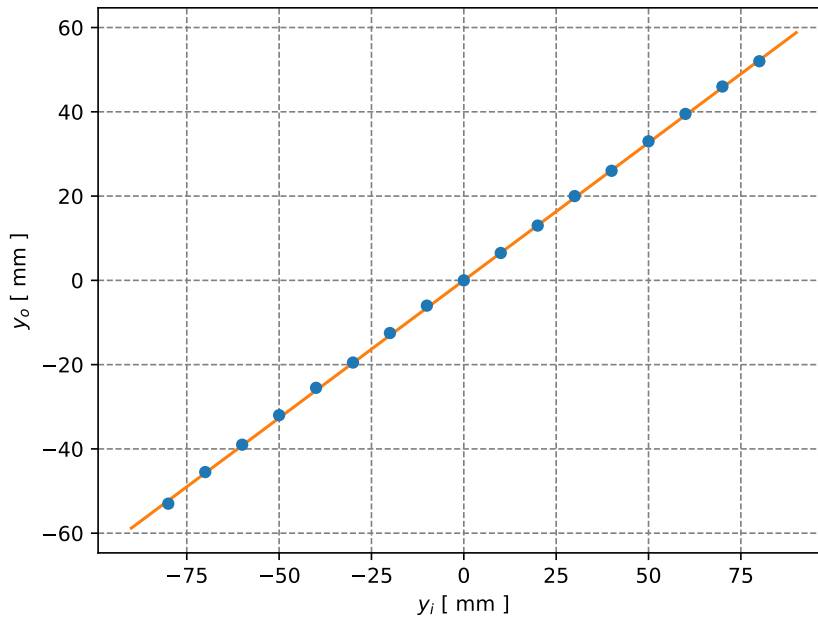


Figura 1: Grafico dei dati ottenuti con il primo metodo.

3.2 Secondo metodo

Utilizzo $n_i = \frac{1}{\sin \theta_i} = \frac{R}{y_i}$

$$n_{\text{blu}} = 1.49 \pm 0.03$$

$$n_{\text{red}} = 1.46 \pm 0.03$$

3.3 Terzo metodo

Ci aspettiamo che lo spostamento sia di

$$\Delta = L \sin(\Delta\theta)$$

[Mi scuso, non sono riuscito a completare questa parte di relazione in tempo.]

4 Conclusioni

Ho verificato che, con gli strumenti a disposizione, nelle condizioni in cui è stata svolta la prova, non posso notare differenze tra i dati sperimentali e le previsioni teoriche date dalla legge di Snell.

Ho ottenuto diverse misure della legge di Snell, effettuate in modi differenti, ma tutte sono tra loro compatibili. Posso affermare dunque che l'indice di rifrazione del plexiglass sia

$$n = 1.53 \pm 0.014$$

e che la radiazione luminosa con minore lunghezza d'onda viene deviata di meno (almeno per lo spettro visibile).